

OFDM Sisteminin AWGN Kanallardaki Performansının İncelenmesi

Ayhan Yazgan, Emin Tuğcu, Önder Aydemir, Cemalettin Şimşek

Karadeniz Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü

ayhanyazgan@ktu.edu.tr, emintugcu@ktu.edu.tr, onderaydemir@ktu.edu.tr, csimsek@ktu.edu.tr

Özet: Bu çalışmada kablosuz ağ standartlarında (802.11a/g, WiFi, HiperLAN2, 802.16 WIMAX) son zamanlarda sıklıkla tercih edilen Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama (OFDM) tekniğinin Toplanabilir Beyaz Gauss Gürültülü (AWGN) kanallardaki performans analizi incelenmiştir. Sistem başarımının belirlenmesinde yıldız kümesi diyagramları ve SNR/BER grafikleri tercih edilmiştir.

Abstract: In this work it is investigated how well Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM), which is generally preferred for wireless network standards (802.11a/g, WiFi, HiperLAN2, 802.16 WIMAX), performs when transmitted over an Additive White Gaussian Noise (AWGN) channel only. Constellation diagrams and SNR/BER graphics are preferred in order to determine the system performance.

Anahtar Kelimeler: OFDM, AWGN, SNR, BER.

1. Giriş

OFDM tekniği, veriyi kendisine ait frekans bandını verimli kullanabilmek için birbirleriyle örtüşmesine izin verilen sınırlı sayıda farklı alt kanaldan paralel olarak gönderme ilkesine dayanmaktadır [1]. Her bir alt taşıyıcı diğeriyle dikgen olduğundan birbirleriyle girişim yapmamakta ve böylece frekans bandı daha verimli kullanılmaktadır. OFDM'in tercih edilme sebeplerinden birisi de frekans seçici sönmüleme ya da dar bant girişime karşı direnci artırmasıdır. Tek taşıyıcılı bir sistemde bir sönmüleme ya da girişim bütün hattın zayıflamasına neden olurken, çok taşıyıcılı sistemde alt taşıyıcıların sadece küçük bir kısmı bu durumdan etkilenecektir. Ayrıca dikgen alt taşıyıcıların kullanılması durumunda frekans bandı daha verimli kullanılabilir [2]. Zaman dağılımlı kanallardaki yüksek hızlı veri iletiminde tek taşıyıcılı sistemlere göre sağladıkları birçok avantajlardan dolayı OFDM; WiFi, HiperLAN2, 802.16 WIMAX gibi kablosuz haberleşme standartlarında sıklıkla tercih

edilmektedir. Bunun yanı sıra OFDM; LAN/ATM, simetrik olmayan sayısal abone hattı (ADSL) gibi değişik kablolu ağ standartlarında da uygulama alanı bulmaktadır. Bundan dolayı değişik uygulamalar için geliştirilmiş ve standartlaştırılmıştır. OFDM sisteminin bu avantajlarının yanında bazı dezavantajları da vardır. Bunların en önemlisi bu sistemlerin zaman ve frekans kaymalarına karşı olan hassasiyetleridir. Sistemde herhangi bir zaman ve frekans kayması meydana gelmesi durumunda eğer bu zaman ve frekans kaymalarının miktarı tam olarak tespit edilemeyip düzeltilemezse alıcı tarafta verilerin doğru bir şekilde alınması mümkün olmayacaktır [2].

Bu çalışmada giriş bölümünden sonra sırasıyla OFDM işaretinin oluşturulması hakkında detaylı bilgi verilmiştir. Daha sonra 3. bölümde sistemin bilgisayar benzetimi gerçekleştirilmiş, sonuçlar bölümünde de OFDM sisteminin AWGN kanallar üzerindeki performansı grafikler halinde sunulmuştur. Yapılan çalışmada en iyi örnekleme anlarının belirlenmesi ve ka-

nalın kestirilmiş olduğu varsayılmıştır. Ayrıca bilgisayar benzetiminin oluşturulmasında OFDM için haberleşme standartları dikkatle incelenmiş ve standartların dışına çıkmamaya özen gösterilmiştir [3].

2. OFDM İşaretinin Oluşturulması

OFDM siteminde kullanılacak frekans bandı, R istenen veri hızını, N_{SC} alt taşıyıcı sayısını ifade etmek üzere, (1) denkleminde verilmiştir.

$$W = \frac{(N_{SC} + 1)}{N_{SC}} R \quad (1)$$

OFDM kullanılması halinde sağlanacak frekans bandı tasarrufu ise (2) ve (3) denklemlerinde ifade edilmiştir. (4) denkleminde görüldüğü gibi taşıyıcı sayısının limiti sonsuza gittiğinde ise sağlanabilecek maksimum bant tasarrufu %50 olabilmektedir [1].

$$\Delta W = 2R - \frac{(N_{SC} + 1)}{N_{SC}} R \quad (2)$$

$$\Delta W = \frac{(N_{SC} - 1)}{N_{SC}} R \quad (3)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \Delta W = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{N_{SC} - 1}{N_{SC}} R \right) = R \quad (4)$$

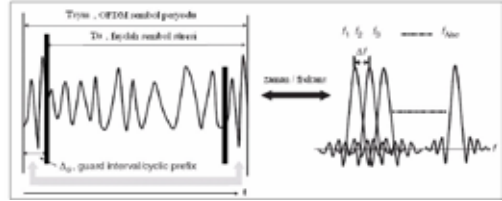
İki işaretin birbirine dikgen olabilmesi için bir periyot boyunca (5) denklemindeki şartın sağlanması gerekmektedir. Bir başka deyişle her bir alt taşıyıcının frekansının OFDM sembol periyodunun tersinin tam katlarından oluşması gerekmektedir [1].

$$\int_{t=0}^{t=T} f_1(t) f_2(t) dt = 0 \quad (5)$$

OFDM işareti N adet alt taşıyıcıdan oluşmaktadır. Her iki alt taşıyıcı arasındaki frekans bandı aralığı Δf olmak üzere OFDM işaretinin kaplayacağı toplam bant genişliği (6) denklemi ile hesaplanabilir.

$$BW_{OFDM} = N_{SC} \Delta f \quad (6)$$

Elde edilen her bir alt taşıyıcının genliğinin ve fazının bir sembol süresince değişmediği varsayılırsa (10) denklemleri yazılabilir.



Şekil 1. OFDM zaman ve frekans bölgesi gösterimi

OFDM alt taşıyıcıları arasında dikgenlik şartının sağlanabilmesi için alt taşıyıcıların başlangıç fazlarının aynı olması yanında frekanslarının da birbirlerinin tam katları olması gerekmektedir. Her bir alt taşıyıcı için diğer alt taşıyıcıyla eş fazlı ve hassas bir osilatör gereksinimi düşünüldüğünde verici ve alıcı tasarımının karmaşıklıkları ve boyutları artmaktadır. Bunlardan etkilenmemek için ayrık Fourier dönüşümü kullanılmaktadır. Uygulamada Ayrık Fourier Dönüşümü (DFT) yerine algoritmadaki toplam ve çarpım sayısını azaltıp hızlı çalışmasını sağlayan Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) kullanılmaktadır. OFDM işareti birçok sinüzoidal işaretin toplamından oluşmaktadır. Her bir sinüzoidal işaret bir alt taşıyıcıya karşılık gelmektedir. Dolayısıyla her bir alt taşıyıcı denklem (7)'deki gibi gösterilebilir.

$$S_c(t) = A_c(t) \cdot e^{j(2\pi f_c t + \phi_c(t))} \quad (7)$$

(8) denkleminde f_c alt taşıyıcının frekansını, $A_c(t)$ alt taşıyıcının zamanla değişen genliğini, $\phi_c(t)$ alt taşıyıcının zamanla değişen fazını göstermektedir. OFDM işareti N_{SC} adet alt taşıyıcıdan oluşmakta ve (8) ve (9) denklemleri bunu ifade etmektedir.

$$S_s(t) = \frac{1}{N_{SC}} \sum_{n=0}^{N_{SC}-1} A_n(t) \cdot e^{j(2\pi f_n t + \phi_n(t))} \quad (8)$$

$$f_n = f_0 + n\Delta f \quad (9)$$

Elde edilen her bir alt taşıyıcının genliğinin ve fazının bir sembol süresince değişmediği varsayılırsa (10) denklemleri yazılabilir.

$$\begin{aligned} A_n(t) &= A_n \\ \phi_n(t) &= \phi_n \end{aligned} \quad (10)$$

Elde edilen sürekli işaret $f_s = 1/T_s$ ile örneklenildiğinde k , 0 dan $N_{SC}-1$ ' e kadar tamsayıları göstermek üzere denklem (11) ifadesi elde edilir.

$$S_s(kT_s) = \frac{1}{N_{SC}} \sum_{n=0}^{N_{SC}-1} A_n e^{j(2\pi(f_n + n\Delta f)kT_s + \phi_n)} \quad (11)$$

Bir sembol süresince isareti ifade etmek için sürekli isareten N_{SC} adet örnek alınmaktadır. Dolayısıyla simge süresi (12) denklemiyle ifade edilebilir.

$$T_{SYM} = N_{SC} T_s \quad (12)$$

Eğer $f_0 = 0$ alınırsa örneklenmiş işaret (13) denkleminde ifade edildiği gibi olacaktır.

$$S_s(kT_s) = \frac{1}{N_{SC}} \sum_{n=0}^{N_{SC}-1} A_n e^{j2\pi n\Delta f kT_s} e^{j\phi_n} \quad (13)$$

$$\Delta f = \frac{1}{N_{SC} T_s} \quad (14)$$

(14) denklemindeki şartı sağlanırsa OFDM sembolünü oluşturan işaret (15) denklemi ile ifade edilebilir.

$$S_s(kT_s) = \frac{1}{N_{SC}} \sum_{n=0}^{N_{SC}-1} A_n e^{j2\pi n \frac{k}{N_{SC}}} e^{j\phi_n} \quad (15)$$

(15) denklemi N_{SC} elemanlı ve elemanları $A_n e^{j\phi_n}$ olan bir dizinin ters ayrık Fourier dönüşümüne karşılık gelmektedir. Bu durumda modülasyon ve demodülasyon için sırasıyla Ters Ayrık Fourier Dönüşümü (IDFT) ve DFT kullanılabilir hatta DFT için daha hızlı çalışabilen FFT tercih edilebilmektedir. OFDM sisteminde gönderilecek işaret frekans bölgesinde tanımlanmaktadır. Seri olarak gelen veri seri paralel dönüştürücüden geçtikten sonra veri alt taşıyıcısı kadar paralel hatta ayrılır. Modülasyon

işlemi gerçekleştirildikten sonra alıcıda evre uyumlu işaret algılamayı ve kanal takibini sağlamak amacıyla pilot taşıyıcılar eklenir Daha sonra Ters Hızlı Fourier Dönüşümü (IFFT) alınarak modülasyon işlemi gerçekleştirilmiş olur. Taşıyıcılar arasındaki girişimi önlemek için de çevrimsel önek eklenir. Son aşama olarak paralel veri seri hale getirildikten sonra dijital analog çeviriciden geçirilerek RF katına verilip kanala gönderilir [4], [5], [6].

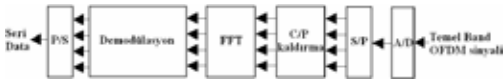
3. Sistemin Bilgisayar Benzetimi

OFDM işaretinin üretilmesi ve alıcıda tekrar elde edilebilmesi için gerekli elemanlar Şekil 2. ve Şekil 3. ile blok diyagramlar halinde gösterilmiştir. Çok yollu yayılımın olduğu kanallarda alıcıya ilk ulaşan semboller ile gecikerek ulaşan semboller birbirine karışmakta ve semboller arası girişim ortaya çıkmaktadır. Buna bağlı olarak sistem başarımı düşmektedir. OFDM tekniğinde, semboller arası girişimi ortadan kaldırmak için en az kanalın gecikme yayılması süresi kadar bir süreye sahip çevrimsel önek (cyclic prefix) kullanılmaktadır. Çevrimsel önek, OFDM sembolünün sonundaki faydalı bir kısım örnek kopyalanıp sembolün başına getirilerek oluşturulur. Bu sayede alt taşıyıcılar arasındaki girişim önlenir ve aralarındaki dikgenlik korunmuş olur ve Semboller arası girişim (ISI) önlenmiş olur. Alıcı tarafta ise oluşabilecek girişim miktarı çevrimsel önek süresini geçmediği için, çevrimsel önek atıldığında veri kaybı olmadan girişimi ortadan kaldırmak mümkün olmaktadır. Bu çalışmada Şekil 2 ve Şekil 3 ile gösterilen sırasıyla OFDM verici alıcı blok diyagramlarının bilgisayar benzetimi gerçekleştirilip OFDM sisteminin AWGN kanallar üzerindeki başarımı incelenmiştir. Gerçekleştirilen bilgisayar benzetimi için Şekil 4'te gösterilen sıfır ortalamalı olasılık dağılım fonksiyonuna sahip gauss gürültüsü oluşturulmuştur. Haberleşme kanalı AWGN olduğundan $x(t)$ kanalın girişindeki işaret ve $n(t)$ eklenen gürültü ve $h(t)=5(t)$ olmak üzere $y(t)$ (kanalın çıkışındaki işaret) 16 denklemiyle ifade edilebilir.

$$y(t) = x(t) * h(t) + n(t) \quad (16)$$

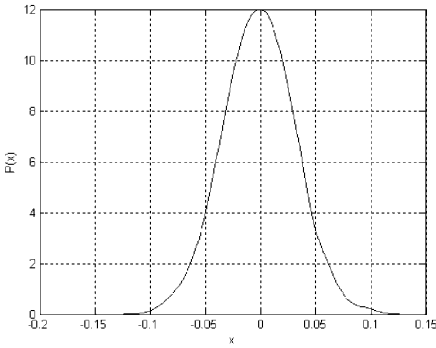


Şekil 2. OFDM verici blok diyagramı



Şekil 2. OFDM alıcı blok diyagramı

Bilgisayar benzetiminde Şekil 4 ile verilen sıfır ortalamalı gauss dağılımlı gürültü fonksiyonu kullanılmıştır.



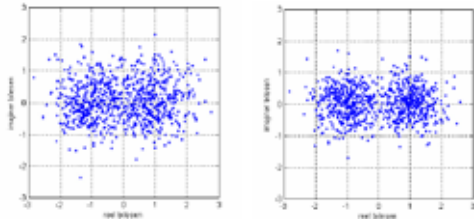
Şekil 4. Gürültünün olasılık dağılım fonksiyonu

Yapılan çalışmada 448 taşıyıcı veri için, 64 taşıyıcı pilot taşıyıcılar için ve 128 taşıyıcı da çevrimsel önek için olmak üzere 1 OFDM sembolü toplam 640 taşıyıcıdan oluşmaktadır. Modülasyon olarak ikili faz kaydırmalı anahtarlama (BPSK) modülasyonu tercih edilmiştir [7], [8].

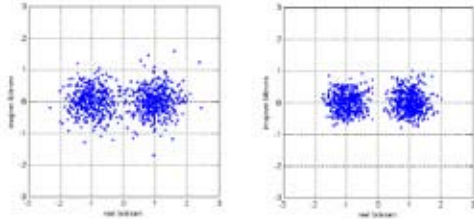
4. Sonuçlar

Yapılan çalışmada gerçekleştirilen bilgisayar benzetiminde elde edilen her bir sonuç 1000 kanal üzerinden ortalama alınarak hesaplanmıştır. Buna göre elde edilen grafikler sırasıyla aşağıda verilmektedir.

4.1 1024 bitlik paket için elde edilen sonuçlar

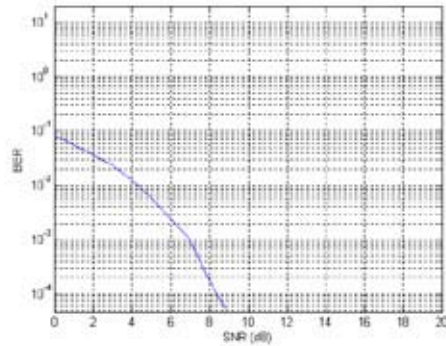


(a) (b)



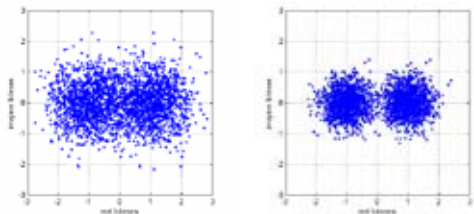
(c) (d)

Şekil 5. 1024 bitlik bir veri paketi iletiminde sırasıyla 1, 3, 5 ve 7 dB değerindeki işaret gürültü oranları için alıcıda elde edilen yıldız küme diyagramları

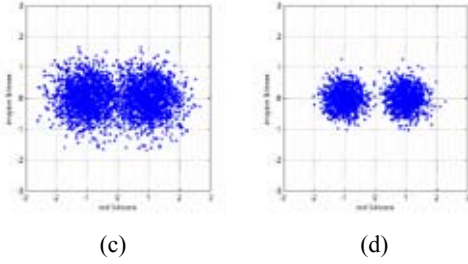


Şekil 6. 1024 bitlik bir veri paketi iletimi sonunda elde edilen SNR/BER grafiği

4.2 32768 bitlik paket için elde edilen sonuçlar

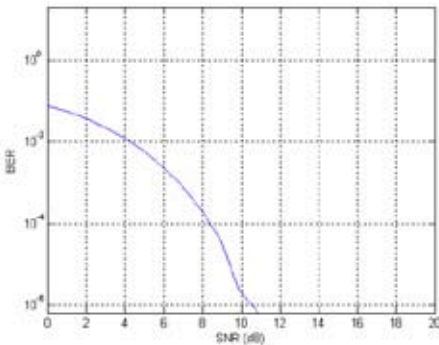


(a) (b)

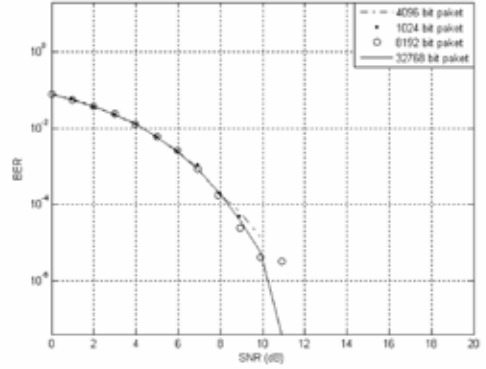


Şekil 7. 32768 bitlik bir veri paketi iletiminde sırasıyla 1, 3, 5 ve 7 dB değerindeki işaret gürültü oranları için alıcıda elde edilen yıldız küme diyagramları

Şekil 5'te ve Şekil 6'da 1024 bitlik veri için yapılan bilgisayar benzetimi sonuçları görülmektedir. Şekil 7'de ve Şekil 8'de ise 32768 bitlik veri için yapılan bilgisayar benzetimi sonuçları görülmektedir. Şekil 5'te ve Şekil 7'de elde edilen yıldız kümesi diyagramları beklendiği gibi benzerlik göstermektedir. Değişik paket boyutlarında elde edilen sonuçlar Şekil 9'da verilmiştir. Diğer parametreler aynı tutulup veri paketinin boyu artırıldığında sonuçlar literatürdeki sonuçlara daha da benzemektedir. Yapılan çalışmalar sonunda, OFDM sisteminin AWGN kanallar üzerindeki performans incelemesinde yaklaşık 10 dB işaret gürültü oranı için 10^{-6} bit hata oranına ulaşıldığı elde edilen grafiklerde görülmektedir.



Şekil 8. 32768 bitlik bir veri paketi iletimi sonunda elde edilen SNR/BER grafiği



Şekil 9. 1024, 4096, 8192 ve 32768 bitlik değişik veri paket boylarına göre OFDM iletimi sonunda alıcıda elde edilen SNR/BER grafiği

Kaynaklar

- [1] Soysal B., OFDM Tabanlı Kablosuz İletişim Sistemleri için Yüksek Başarım Alıcı Tasarımı, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 2004.
- [2] Seyman N. M. ve Taşpınar N., Dikgen Frekans Bölmeli Çoğullama Sistemlerinde Çevrimsel Ön Takı Tabanlı Senkronizasyon Tekniğinin AWGN ve Rayleigh Sönümlü Kanallardaki Performansının İncelenmesi, URSI 2006, Ankara.
- [3] Broadband radio access HIPERLAN Type 2; Physical Layer Sophia antipolis Cedex., 1999.
- [4] Soysal B., Özen A. ve Kaya, İ., OFDM Sistemlerinde Kanal Denkleştiriciler ve Başarım Analizleri, URSI 2002, İstanbul.
- [5] Ye (Geoffrey) L. ve Gordon L.S., Orthogonal Frequency Division Multiplexing for Wireless Communications, Springer, 2006.
- [6] McClellan, J.H., Schafer, R.W. ve Yoder, M.A., Signal Processing First, Pearson Prentice Hall, 2003.

[7] Ertürk,S., Sayısal Haberleşme, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2005.

[8] Kayran, A.H., Panayırıcı, E. ve Aygözü, Ü., Sayısal Haberleşme, Altıncı Baskı, Birsen Yayınevi, İstanbul, 2004.